

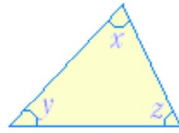
== (例題対比) 平行線と角 ==

【三角形の内角の和】

三角形の内角の和は 180° に等しい。

$$\angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$$

※ この性質は右図のような「鋭角三角形」(3つの角が鋭角)だけでなく、「直角三角形(1つの角が直角)」「鈍角三角形(1つの角が鈍角)」についても成り立つ。

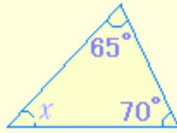


【例題1】

右図の三角形において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(答案)

$$\begin{aligned} \angle x + 65^\circ + 70^\circ &= 180^\circ \\ \angle x &= 45^\circ \quad \dots(\text{答}) \end{aligned}$$



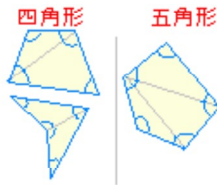
【四角形・五角形の内角の和】

○ 四角形の内角の和は 360° に等しい。

○ 五角形の内角の和は 540° に等しい。

※ 四角形は右図のように2つの三角形に分けられるので、その内角の和は $180 \times 2 = 360^\circ$ になる。

五角形は3つの三角形に分けられるので、その内角の和は $180 \times 3 = 540^\circ$ になる。

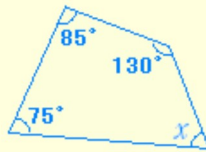


【例題2】

右図において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(答案)

$$\begin{aligned} 85^\circ + 130^\circ + 75^\circ + \angle x &= 360^\circ \\ \angle x &= 70^\circ \quad \dots(\text{答}) \end{aligned}$$



【対頂角】

対頂角は等しい。

※ 右図において

$$\angle a = \angle c, \angle b = \angle d$$

が成り立つ。



【例題3】

右図において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(答案)

$$\angle x = 65^\circ \quad \dots(\text{答})$$



【同位角】

平行線の同位角は等しい。

※ 右図のように平行な2直線 m, n に他の1つの直線が交わっているとき、

$$\angle a = \angle c, \angle b = \angle d$$

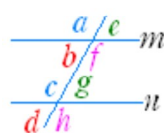
$$\angle e = \angle g, \angle f = \angle h$$

が成り立つ。

(上に述べた「対頂角」の性質も使うと、さらに

$$\angle a = \angle c = \angle f = \angle h, \angle b = \angle d = \angle e = \angle g$$

も成り立つ。)



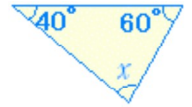
【例題4】



【問題1】

(1) 右図の三角形において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 80^\circ \quad \text{○}$$



(2) 右図の三角形において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 25^\circ \quad \text{○}$$



採点する やり直す 解説

(1) $40^\circ + 60^\circ + \angle x = 180^\circ$ だから $\angle x = 80^\circ$... (答)

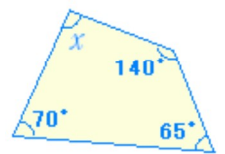
(2) $40^\circ + 115^\circ + \angle x = 180^\circ$ だから $\angle x = 25^\circ$... (答)

→閉じる←

【問題2】

(1) 右の四角形において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 85^\circ \quad \text{○}$$



(2) 右の五角形において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 120^\circ \quad \text{○}$$



採点する やり直す 解説

(1) $\angle x + 70^\circ + 65^\circ + 140^\circ = 360^\circ$ だから $\angle x = 85^\circ$... (答)

(2) $\angle x + 120^\circ + 110^\circ + 100^\circ + 90^\circ = 540^\circ$ だから $\angle x = 120^\circ$... (答)

→閉じる←

【問題3】

右図において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 115^\circ \quad \text{○}$$



右図において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 125^\circ \quad \text{○}$$



採点する やり直す 解説

(1) $\angle x$ は 55° の対頂角と 60° の対頂角の和だから $\angle x = 55^\circ + 60^\circ = 115^\circ$... (答)

(2) $\angle x$ は 60° の対頂角と上に白く見える角 $180 - (60 + 55) = 65^\circ$ の対頂角の和だから $\angle x = 60 + 65 = 125^\circ$... (答)

→閉じる←

【問題4】

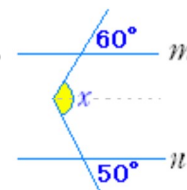
(1) 右図において m/n のとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 105^\circ \quad \text{○}$$



(2) 右図において m/n のとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$$\angle x = 110^\circ \quad \text{○}$$



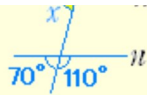
採点する やり直す 解説

(1) $\angle x$ は 105° の同位角だから $\angle x = 105^\circ$... (答)

右図において $m//n$ のとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(答案)

$\angle x = 70^\circ \dots$ (答)



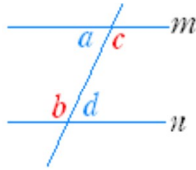
【錯角】

平行線の錯角は等しい。

※ 右図のように平行な2直線 m, n に他の1つの直線が交わっているとき、

$\angle a = \angle d, \angle b = \angle c$

が成り立つ。

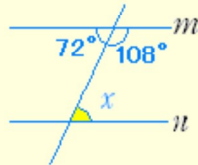


【例題5】

右図において $m//n$ のとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。

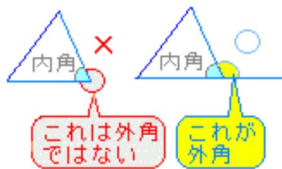
(答案)

$\angle x = 72^\circ \dots$ (答)



【外角とは】

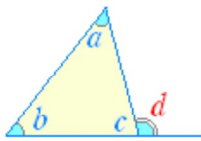
○ 三角形の1つの内角 A に対する外角とは、その角の外側全部 ($360^\circ - A$) のことではなく、右図のように延長線との間にできる角 ($180^\circ - A$) のことをいう。



【三角形の外角】

○ 三角形の1つの外角は、それに隣り合わない2つの内角の和に等しい。

右図において外角 $\angle d$ に隣り合う角は $\angle c$ だから、隣り合わない角は $\angle a$ と $\angle b \Rightarrow \angle d = \angle a + \angle b$ が成り立つ。

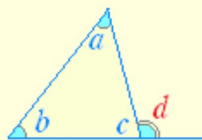


【例題6】

右図において $\angle a = 71^\circ, \angle b = 42^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

(答案)

$\angle d = \angle a + \angle b = 113^\circ \dots$ (答)

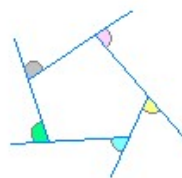


【多角形の外角の和】

○ 多角形の外角の和は 360° に等しい。

(三角形, 四角形, 五角形, ... のどれでも外角の和は 360° になる.)

※ 右図のように集めてみると分かる。

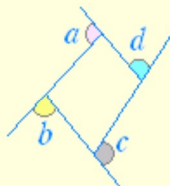


【例題7】

右図において $\angle a = 110^\circ, \angle b = 80^\circ, \angle c = 100^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

(答案)

$110^\circ + 80^\circ + 100^\circ + \angle d = 360^\circ$
 $\angle d = 70^\circ \dots$ (答)



【2つの三角形】

(2) $\angle x$ は 60° の同位角と 50° の同位角の和だから

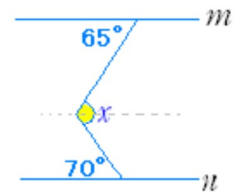
$\angle x = 60 + 50 = 110^\circ \dots$ (答)

→閉じる←

【問題5】

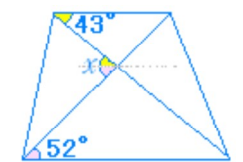
(1) 右図において $m//n$ のとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$\angle x = 135^\circ$ ○



(2) 右の台形において $\angle x$ の大きさを求めなさい。

$\angle x = 95^\circ$ ○



採点する やり直す 解説

(1) $\angle x$ は 65° の錯角と 70° の錯角の和だから $\angle x = 65 + 70 = 135^\circ \dots$ (答)

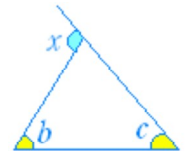
(2) $\angle x$ は 43° の錯角と 52° の錯角の和だから $\angle x = 43 + 52 = 95^\circ \dots$ (答)

→閉じる←

【問題6】

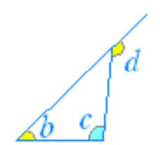
(1) 右図において $\angle b = 53^\circ, \angle c = 44^\circ$ のとき、 $\angle x$ を求めなさい。

$\angle x = 97^\circ$ ○



(2) 右図において $\angle b = 43^\circ, \angle d = 148^\circ$ のとき、 $\angle c$ を求めなさい。

$\angle c = 105^\circ$ ○



採点する やり直す 解説

(1) $\angle x = b + c$ だから $\angle x = 53 + 44 = 97^\circ \dots$ (答)

(2) $d = b + c$ だから $148 = 43 + \angle c$

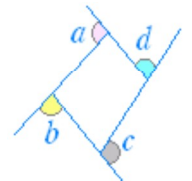
$\angle c = 105^\circ \dots$ (答)

→閉じる←

【問題7】

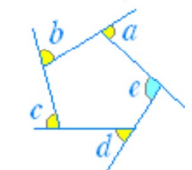
(1) 右図において $\angle a = 105^\circ, \angle b = 75^\circ, \angle c = 105^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

$\angle d = 75^\circ$ ○



(2) 右図において $\angle a = \angle b = \angle c = \angle d = 70^\circ$ のとき $\angle e$ を求めなさい。

$\angle e = 100^\circ$ ○



採点する やり直す 解説

(1) $a + b + c + d = 360^\circ$ だから $105 + 75 + 105 + d = 360^\circ$
 $d = 75^\circ \dots$ (答)

(2) $a + b + c + d + (180 - e) = 360^\circ$ だから $70 + 70 + 70 + 70 + (180 - e) = 360^\circ$

$e = 100^\circ \dots$ (答)

(1) 右図において $\angle a = 53^\circ, \angle b = 48^\circ,$



○ 図形の形に応じて、2つの三角形に分けて考えると分かることがある。

[例題8]

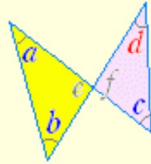
(1) 右図において $\angle a=30^\circ$, $\angle b=45^\circ$, $\angle c=40^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

(答案)

左側の三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle e=105^\circ$

対頂角が等しいことから、 $\angle f=105^\circ$

右側の三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle d=35^\circ$



(2) 右図において $\angle a=70^\circ$, $\angle b=20^\circ$, $\angle c=30^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

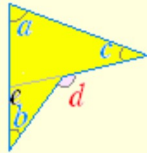
(答案)

右のように2つの三角形に分けると、上の三角形について三角形の外角 $\angle e$ がそれと隣合わない2つの内角の和に等しいことから、

$$\angle e = \angle a + \angle c = 100^\circ$$

さらに、下の三角形の外角 $\angle d$ がそれと隣合わない2つの内角の和に等しいことから、

$$\angle d = \angle e + \angle b = 120^\circ \quad \dots(\text{答})$$



[3つの三角形]

○ 図形の形に応じて、3つの三角形に分けて考えると分かることがある。

[例題9]

(1) 右図において $\angle a=62^\circ$, $\angle b=43^\circ$, $\angle c=34^\circ$, $\angle d=65^\circ$ のとき $\angle e$ を求めなさい。

(答案)

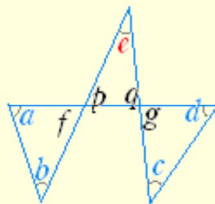
左下の三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle f=75^\circ$

次に、対頂角が等しいことから、 $\angle p=75^\circ$

同様にして、右下の三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle g=81^\circ$

次に、対頂角が等しいことから、 $\angle q=81^\circ$

上の三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle e=24^\circ$



(2) 右図において $\angle a=20^\circ$, $\angle b=40^\circ$, $\angle c=30^\circ$, $\angle e=45^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

(答案)

水色で示した三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle p=95^\circ$

これにより、 $\angle r=85^\circ$

(「水色の三角形で、外角 $\angle r$ は、それと隣り合わない2つの内角の和 $\angle b + \angle e$ に等しい」と考えてもよい。)

同様にして、黄色で示した三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle q=130^\circ$

これにより、 $\angle s=50^\circ$

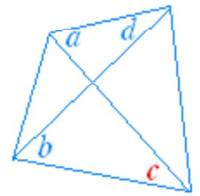
(「黄色の三角形で、外角 $\angle s$ は、それと隣り合わない2つの内角の和 $\angle a + \angle c$ に等しい」と考えてもよい。)

右下の三角形の内角の和が 180° になることから、 $\angle d=45^\circ$



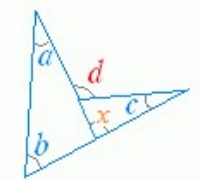
$\angle d=35^\circ$ のとき $\angle c$ を求めなさい。

$$\angle c = 40^\circ \quad \text{○}$$



(2) 右図において $\angle a=25^\circ$, $\angle b=40^\circ$, $\angle c=30^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

$$\angle d = 95^\circ \quad \text{○}$$



採点する やり直す 解説

(1) $a+d=88^\circ$ だから上の三角形の残りの角は $180-88=92^\circ$ 求めた角の対頂角も 92° になるから、下の三角形の内角の和が 180° になることを使うと

$$92+48+c=180^\circ \rightarrow c=40^\circ \quad \dots(\text{答})$$

(2) 右図のような角 x を考えると $x=a+b=65^\circ$

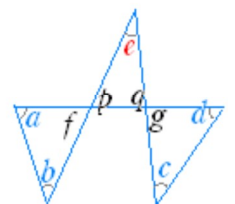
$$\text{次に } d=x+c=65+30=95^\circ \quad \dots(\text{答})$$

←閉じる←

[問題9]

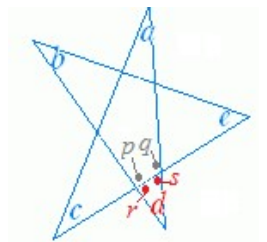
(1) 右図において $\angle a=61^\circ$, $\angle b=35^\circ$, $\angle c=52^\circ$, $\angle d=53^\circ$ のとき $\angle e$ を求めなさい。

$$\angle e = 21^\circ \quad \text{○}$$



(2) 右図において $\angle a=23^\circ$, $\angle b=25^\circ$, $\angle c=42^\circ$, $\angle e=34^\circ$ のとき $\angle d$ を求めなさい。

$$\angle d = 56^\circ \quad \text{○}$$



採点する やり直す 解説

(1) $a+b+f=180^\circ$ だから $f=84^\circ$

$$c+d+g=180^\circ \text{ だから } g=75^\circ$$

対頂角は等しいから $p=f=84^\circ$, $q=g=75^\circ$ なら $e+p+q=180^\circ$ より $e=21^\circ$... (答)

(2) 右図のような角 p, q, r, s を考えると $b+c+p=180^\circ \rightarrow p=113^\circ$

$$\text{また } a+c+q=180^\circ \rightarrow q=122^\circ$$

対頂角から $r=67^\circ$, $s=58^\circ$ だから $d=56^\circ$... (答)

←閉じる←