

== 立体の体積(円柱, 角柱, 円錐, 角錐の体積) ==

[解説]

■ 底面積が  $S$ , 高さが  $h$  の円柱や角柱(三角柱, 四角柱, 五角柱, ...)の体積  $V$  は,

$$V = Sh$$

(底面積 × 高さ)

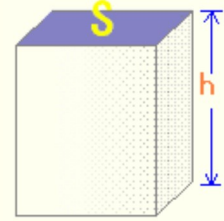
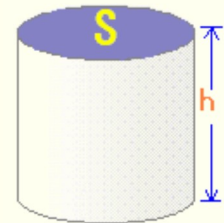
で表わされます。

■ 特に円柱では, 底面の半径を  $r$  とすると  $S = \pi r^2$  だから

$$V = \pi r^2 h$$

になります。

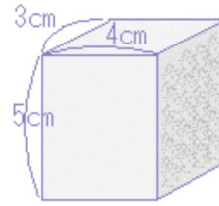
※  $\pi$  は円周率。正確な値は  $\pi$  という記号で表わし, 近似値に直すときは,  $\pi = 3.141592\dots$  のうち必要な桁数までを使います。  
3桁の近似値を用いるときは,  $\pi = 3.14$  とします。



■ 問題 ■

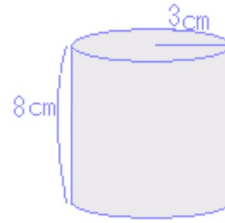
1 右図の四角柱の体積は  (cm<sup>3</sup>)

底面積は  $S = 3 \times 4 = 12$  (cm<sup>2</sup>), 高さは  $h = 5$  (cm)だから, 体積は  $V = Sh = 12 \times 5 = 60$  (cm<sup>3</sup>)



2 右図の円柱の体積は   $\pi$  (cm<sup>3</sup>)

底面積は  $S = \pi \times 3^2 = 9\pi$  (cm<sup>2</sup>), 高さは  $h = 8$  (cm)だから, 体積は  $V = Sh = 72\pi$  (cm<sup>3</sup>)



■ 底面積が  $S$ , 高さが  $h$  の円錐や角錐(三角錐, 四角錐, 五角錐, ...)の体積は,

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

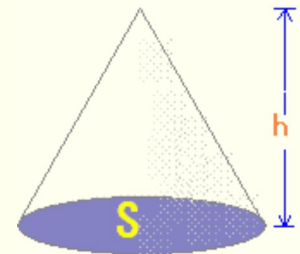
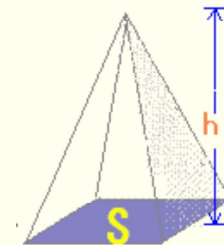
(底面積 × 高さ ÷ 3)

で表わされます。

■ 特に円錐では, 底面の半径を  $r$  とすると  $S = \pi r^2$  だから

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

になります。

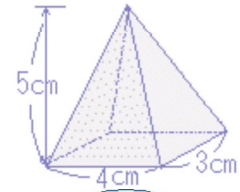


3

右図の四角錐の体積は  (cm<sup>3</sup>)

採点する やり直す 解説

底面積は  $S=3 \times 4=12$  (cm<sup>2</sup>), 高さは  $h=5$  (cm)だから, 体積は  $V=Sh \div 3=60 \div 3=20$  (cm<sup>3</sup>)

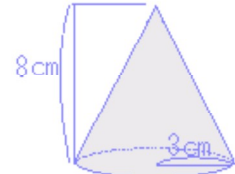


4

右図の円錐の体積は  π (cm<sup>3</sup>)

採点する やり直す 解説

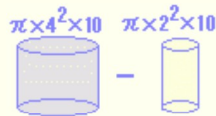
底面積は  $S=\pi \times 3^2=9\pi$  (cm<sup>2</sup>), 高さは  $h=8$  (cm)だから, 体積は  $V=Sh \div 3=72\pi \div 3=24\pi$  (cm<sup>3</sup>)



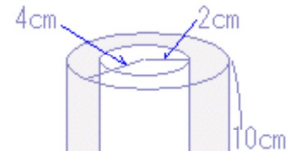
5

右図は円柱の中が空洞になっているチクワのような形です。この立体の体積は  π (cm<sup>3</sup>)

採点する やり直す 解説



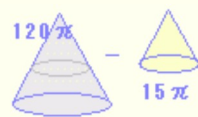
外側の体積  $160\pi$  (cm<sup>3</sup>)から空洞になっている内側の体積  $40\pi$  (cm<sup>3</sup>)を引くと  $V=120\pi$  (cm<sup>3</sup>)



6

右図は底面の半径6cm, 高さ10cmの円錐を底面に平行な平面で高さ5cmのところまで切った図形(円錐台)です。この立体の体積は  π (cm<sup>3</sup>)

採点する やり直す 解説



大きな円錐の体積は

$$\pi \times 6^2 \times 10 \div 3 = 120\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

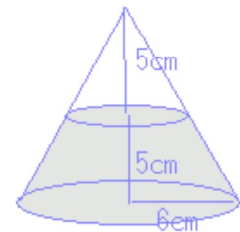
上端の円錐の底面の半径( $x$ とおく)は, 比例(相似)の関係を使って求めることができる。縦:横  $x$

$$5:x=10:6 \rightarrow x=3 \text{ (cm)}$$

大きな円錐の体積から上端の円錐の体積

$$\pi \times 3^2 \times 5 \div 3 = 15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

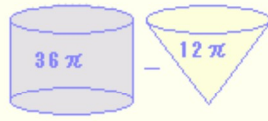
を引くと  $V=105\pi$  (cm<sup>3</sup>)



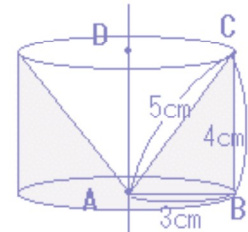
7

AB=3cm, BC=4cm, CA=5cmの直角三角形を, Aを通りBCに平行な直線ADの周りに1回転させるとき,  $\triangle ABC$ が通ったあとにできる立体の体積は   $\pi$  (cm<sup>3</sup>)

採点する やり直す 解説



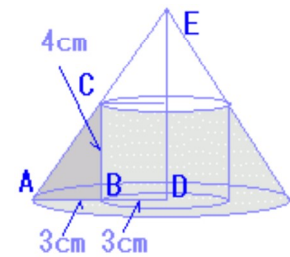
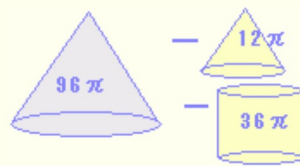
円柱の体積  $\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi$  (cm<sup>3</sup>) からくぼみになっている円錐の体積  $\pi \times 3^2 \times 4 \div 3 = 12\pi$  (cm<sup>3</sup>) を引くと  $V = 24\pi$  (cm<sup>3</sup>)



8

AB=3cm, BC=4cm, CA=5cmの直角三角形を, 図のようにBCから3cm離れた直線DEの周りに1回転させるとき,  $\triangle ABC$ が通ったあとにできる立体の体積は   $\pi$  (cm<sup>3</sup>)

採点する やり直す 解説



円錐台の体積を求めて, 次にこれから中空の円柱の体積を引くとよい.  
まず, 比例(相似)の関係から

$$AB:BC = AD:DE \rightarrow 3:4 = 6:DE \rightarrow DE = 8$$

次に, 円錐台の体積:  $\pi \times 6^2 \times 8 \div 3 = 96\pi$  (cm<sup>3</sup>) から上端の円錐の体積  $\pi \times 3^2 \times 4 \div 3 = 12\pi$  (cm<sup>3</sup>) を引いて  $84\pi$  (cm<sup>3</sup>)

中空の円柱の体積:  $\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi$  (cm<sup>3</sup>)

したがって,  $84\pi - 36\pi = 48\pi$  (cm<sup>3</sup>)