

== 平方根が整数となるnの値 ==

■解説■

例題1

$\sqrt{24n}$ が整数となる自然数nのうち、最小のものを求めなさい。

答案

根号が外れるためには、根号の中は、平方数になっていなければならない。

$24n=2^3 \cdot 3n$ だから根号の中が平方数になるにはnは2と3の倍数。

nのうちで最小のものは6・・・答

※n=6のとき上の式の値は $\sqrt{144}=12$ となります。

※自然数とは正の整数(1, 2, 3, 4, ...)のこと。0は含まれない。

※平方数とはある整数の平方(2乗)になっている数のこと。 $4=2^2$ や $9=3^2$ は平方数。

例題3

$\sqrt{\frac{24n}{7}}$ が整数となる自然数nのうち、最小のものを求めなさい。

答案

根号が外れるためには、根号の中は、平方数になっていなければならない。

根号内の分母が7だから割り切れるためにはnは7の倍数。

また、 $24=2^3 \cdot 3$ だからnは2, 3の倍数。

ゆえに、nのうち最小のものは $7 \times 2 \times 3=42$ ・・・答

※n=42のとき上の式の値は、 $\sqrt{144}=12$ となります。

例題3 (所要時間長い)

$\sqrt{n^2+19}$ が整数となる自然数nの値を求めなさい。

答案

根号が外れるためには、根号の中は、平方数になっていなければならない。

$n^2+19=m^2$ とおく (n, mは自然数)

$m^2-n^2=19$

$(m+n)(m-n)=19$

$m+n > m-n$ で $19=19 \times 1$ だから

$m+n=19$, $m-n=1$ より $m=10$, $n=9$ ・・・答

(※n=9のとき、上の式の値は10になります。)

例題2

$\sqrt{24-3n}$ が自然数となる自然数nを求めなさい。

答案

根号が外れるためには、根号の中は、平方数になっていなければならない。

$24-3n=3(8-n)$ だから根号の中が平方数になるには8-nは3の倍数

$8-n=3, 6$

このうち根号の中が平方数となるのは $8-n=3$ のとき

$n=5$ ・・・答

※ $8-n=0$, $n=8$ のときは元の式の値は0となり、 $\sqrt{0}=0$ となり、整数ではあるが自然数にはなりません。

※n=5のとき上の式の値は $\sqrt{9}=3$ となります。

例題4

$\sqrt{\frac{24+3n}{7}}$ が整数となる自然数nのうち、最小のものを求めなさい。

答案

$24+3n=3(8+n)$

根号内の分母が7だから割り切れるためには $8+n$ は7の倍数。

根号が外れるためには、根号の中は、平方数になっていなければならないから、 $8+n$ は3の倍数。

以上より、 $8+n=21, 42, \dots$

最小となるのは $8+n=21$ より $n=13$ ・・・答

※n=13のとき上の式の値は3となります。

■問題

(1) …(所要時間の目安:1分程度)…

$\sqrt{90n}$ が整数となる自然数 n のうち、最小のものを求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(2) …(所要時間の目安:1分程度)…

$\sqrt{540n}$ が整数となる自然数 n のうち、最小のものを求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(3) …(所要時間の目安:5分程度)…

$\sqrt{140-7n}$ が自然数となる自然数 n を求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(4) …(所要時間の目安:5分程度)…

$\sqrt{90-6n}$ が自然数となる自然数 n を求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(5) …(所要時間の目安:5分程度)…

$\sqrt[3]{10n}$ が整数となる自然数 n のうち、最小のものを求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(6) …(所要時間の目安:5分程度)…

$\sqrt[7]{20n}$ が整数となる自然数 n のうち、最小のものを求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(7) …(所要時間の目安:10分程度)…

$\sqrt[7]{18+6n}$ が整数となる自然数 n のうち、最小のものを求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(8) …(所要時間の目安:10分程度)…

$\sqrt[7]{15n-60}$ が自然数となる自然数 n のうち、最小のものを求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(9) …(所要時間の目安:10分程度)…

$\sqrt{n^2+23}$ が整数となる自然数 n を求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(10) …(所要時間の目安:10分程度)…

$\sqrt{n^2+35}$ が整数となる最も大きな自然数 n を求めなさい。

n=

採点する やり直す ヒント 解答

(11)

$\sqrt{\frac{60}{n}}$ が整数となる最も小さな自然数 n を求めなさい。

$n =$

[採点する](#) [やり直す](#) [ヒント](#) [解答](#)

(12)

$\sqrt{\frac{360}{n}}$ が整数となる最も小さな自然数 n を求めなさい。

$n =$

[採点する](#) [やり直す](#) [ヒント](#) [解答](#)