== 2乗，平方根，ルート ==

■同じ数を2つ掛けたものを，その数の2乗といいます．

【例1】
3×3＝9だから，3の2乗は9です．これを$3^2=9$と書きます．

【例2】
(−3)×(−3)＝9だから，−3の2乗は9です．これを$(-3)^2=9$と書きます．

〇ある数が正の数であっても負の数であっても，その数の2乗は1つの正の数になります．

〇逆に，2乗してある正の数になる元の数は2つあります．
例えば，3の2乗も−3の2乗も9になるので，2乗して9になる元の数は3と−3の2つです．

【問題1】 正しいものを選んでください．

(1) 4 の2乗

2　$\sqrt{2}$　$-\sqrt{2}$　$\pm\sqrt{2}$
16　$\sqrt{16}$　$-\sqrt{16}$　$\pm\sqrt{16}$

(2) 5^2

5　-5　± 5　10　-10　± 10
25　-25　± 25　32　-32　± 32

(3) $(-6)^2$

6　-6　12　-12
$\sqrt{6}$　$-\sqrt{6}$　36　-36

■2乗してaになる元の数をaの平方根といいます．

【例3】
$3^2=9$，$(-3)^2=9$だから，9の平方根は3と−3の2つあります．
これらはまとめて±3で表すことができます．
だから，9の平方根は±3ともいえます．

【例4】
$5^2=25$，$(-5)^2=25$だから，25の平方根は5と−5の2つあります．
これらはまとめて±5で表すことができます．
だから，25の平方根は±5ともいえます．

■正の数aに対して，aの平方根のうちで正の数の方を$\sqrt{a}$で表し，ルートaといいます．

【例5】
9の平方根は3と−3の2つですが，そのうちの正の方を$\sqrt{9}$で表します．
だから，$\sqrt{9}=3$ です．

【例6】
25の平方根は5と−5の2つですが，そのうちの正の方を$\sqrt{25}$で表します．
だから，$\sqrt{25}=5$ です．

■正の数aに対して，aの平方根のうちで負の数の方を$-\sqrt{a}$で表し，マイナス・ルートaといいます．これは，$\sqrt{a}$の符号だけを変えたものです．

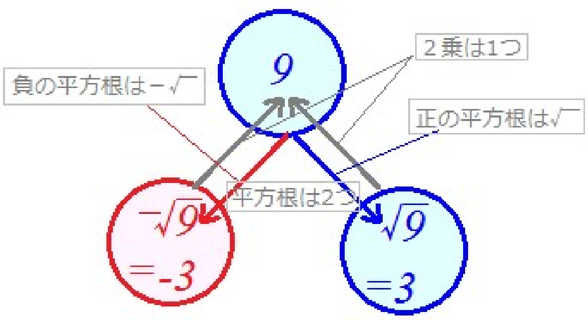
【例7】
9の平方根は3と−3の2つですが，そのうちの負の方を$-\sqrt{9}$で表します．
だから，$-\sqrt{9}=-3$ です．

【例8】
25の平方根は5と−5の2つですが，そのうちの負の方を$-\sqrt{25}$で表します．
だから，$-\sqrt{25}=-5$ です．

■■正の数aに対して，aの平方根をまとめて$\pm\sqrt{a}$で表し，プラス・マイナス・ルートaといいます．

【例9】
9の平方根は $\pm\sqrt{9}$ すなわち ± 3 です．

【例10】
25の平方根は $\pm\sqrt{25}$ すなわち ± 5 です．



【問題2】 正しいものを選んでください．

(1) 4 の平方根

2　-2　± 2

$\sqrt{2}$　$-\sqrt{2}$　$\pm\sqrt{2}$

16　-16　± 16

(2) $\sqrt{4}$

2　-2　± 2

$\sqrt{2}$　$-\sqrt{2}$　$\pm\sqrt{2}$

16　-16　± 16

(3) $-\sqrt{4}$

2　-2　± 2

$\sqrt{2}$　$-\sqrt{2}$　$\pm\sqrt{2}$

16　-16　± 16

(4) $\pm\sqrt{4}$

2　-2　± 2

$\sqrt{2}$　$-\sqrt{2}$　$\pm\sqrt{2}$

16　-16　± 16

■平方根のうちで整数や分数には直せないもの

$0^2=0$，$1^2=1$，$2^2=4$，$3^2=9$，$4^2=16$，$5^2=25$，... だから

$\sqrt{0}=0$

$\sqrt{1}=1$

$\sqrt{4}=2$

$\sqrt{9}=3$

$\sqrt{16}=4$

$\sqrt{25}=5$, ... です．

根号の中を先に決めて，$\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{6},\sqrt{7},\sqrt{8},\sqrt{10},...$ のような数字を考えると，これらは整数や分数では表せないことが知られています．

1つの例として，$\sqrt{2}$ はどんな数字になるか調べてみると，これは$a^2=2$ となるような正の数a を表しています．

$1.4^2=1.96$ ←小さ過ぎる

$1.5^2=2.25$ ←大き過ぎる

$1.45^2=2.1025$ ←大き過ぎる

$1.41^2=1.9881$ ←小さ過ぎる

$1.42^2=2.0164$ ←大き過ぎる

$1.41421356^2=1.9999999932...$ ←小さ過ぎる

$1.41421357^2=2.0000000215...$ ←大き過ぎる

このようにして，$\sqrt{2}=1.41421356...$ 辺りの数字になりますが，この小数はどこまで行っても終わりません．

近似値としては，$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41$ を使うことが多いですが，正確な値で表したいときは根号を付けたまま

$\sqrt{2}$

で表します．

$\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{6},\sqrt{7},\sqrt{8},\sqrt{10},...$ なども同様にして，根号の中が「平方数(=整数の2乗)」になっていなければ簡単な整数にならないので，根号をつけたままで表します．

(昔の覚え方)…今の生徒は3桁まで言えれば十分

$\sqrt{2}=1.41421356...$　一夜一夜に人見頃(ひとよひとよに

【例題】

$\sqrt{10}$ の値について，次のうちで正しいものを選んでください．

$1<\sqrt{10}<2$,　$2<\sqrt{10}<3$,　$3<\sqrt{10}<4$,　$4<\sqrt{10}<5$

(解答)

$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$ だから $3<\sqrt{10}<4$ が成り立つ…(答)

(詳しく書けば $\sqrt{10}=3.16227...$ になります．)

【ポイント】

平方数($1,4,9,16,...$)の根号($\sqrt{1},\sqrt{4},\sqrt{9},\sqrt{16},...$)と比較すると整数までの近似値が分かる．

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
$\sqrt{n}$	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$	3	...

【問題3】

(1) $\sqrt{12}$ の値について，正しいものを選んでください．

$1<\sqrt{12}<2$　$2<\sqrt{12}<3$　$3<\sqrt{12}<4$

$100<\sqrt{12}<121$　$121<\sqrt{12}<169$

(2) $\sqrt{7}$ の値について，正しいものを選んでください．

$1<\sqrt{7}<2$　$2<\sqrt{7}<3$　$3<\sqrt{7}<4$

$13<\sqrt{7}<15$　$48<\sqrt{7}<50$

ひとみごろ)
夜桜見物で，一夜ごとに花が見頃になっていくに連れて，人の数も見頃になっていく情景を描いたものか･･･
$\sqrt{3}=1.7320508...$ 人並みにおごれや(ひとなみにおごれや)
$\sqrt{5}=2.2360679...$ 富士山麓オーム鳴く(ふじさんろくオームなく)
$\sqrt{6}=2.44949...$ 似よ良く良く(によよくよく)，二夜シクシク(ふたよしくしく)
[前の方]双子の兄弟の話かも･･･[後の方]泣き続けた･･･
$\sqrt{7}=2.64575...$ [菜]に虫いない(なにむしいない)
語呂合わせの都合で，先頭の7も読んでしまう．･･･

※$\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\sqrt{9}=3$ は，覚える必要なし．

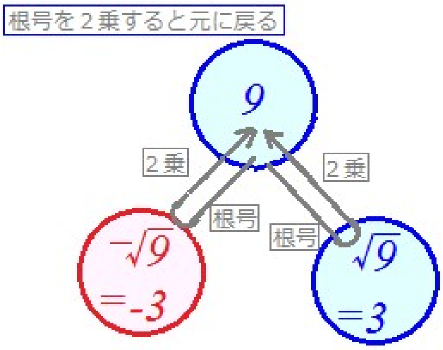
(3) $\sqrt{30}$ の値について，正しいものを選んでください．

$3<\sqrt{30}<4$ $4<\sqrt{30}<5$ $5<\sqrt{30}<6$
$6<\sqrt{30}<7$ $8<\sqrt{30}<9$

■根号の2乗や3乗

a が0以上の数のとき，
「2乗してa になる正の数を$\sqrt{a}$ で，負の数を$-\sqrt{a}$ で表す」というのが根号の約束なので，これらの数を2乗すると当然 a になります．

$a>0$のとき $(\sqrt{a})^2=a$
$(-\sqrt{a})^2=a$



【例】
$a^2=2$ となる元の数a は$\sqrt{2}$ と$-\sqrt{2}$ だから
$(\sqrt{2})^2=2$
$(-\sqrt{2})^2=(-1)^2(\sqrt{2})^2=2$

※いくら聞いても通じない人は，少し早口で読んでみると分かるかもしれません．

「2乗すると2 になる正の数を $\sqrt{2}$ と書く」のだから，「 $\sqrt{2}$ を2乗すると2 になる」．
○ $(\sqrt{2})^2=2$
○マイナスは2乗するとプラスになる．

$a^2=3$ となる元の数a は$\sqrt{3}$ と$-\sqrt{3}$ だから
$(\sqrt{3})^2=3$
$(-\sqrt{3})^2=(-1)^2(\sqrt{3})^2=3$
$a^2=5$ となる元の数a は$\sqrt{5}$ と$-\sqrt{5}$ だから
$(\sqrt{5})^2=5$
$(-\sqrt{5})^2=(-1)^2(\sqrt{5})^2=5$

$(\sqrt{2})^3,(\sqrt{2})^4,(\sqrt{2})^5,...$ や $(\sqrt{3})^3,(\sqrt{3})^4,(\sqrt{3})^5,...$ のような式

【問題4】 次の値に等しいものを選んでください．

(1) $(\sqrt{4})^2$

4 -4 ± 4 $\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$ $\pm\sqrt{2}$
16 -16 ± 16

(2) $(-\sqrt{6})^2$

6 -6 ± 6 $\sqrt{6}$ $\sqrt{6}$ $\pm\sqrt{6}$
36 -36 ± 36

(3) $(\sqrt{6})^3$

6 -6 ± 6 $6\sqrt{6}$ $-6\sqrt{6}$ $\pm 6\sqrt{6}$
216 -216 ± 216

(4) $(-\sqrt{5})^3$

5 -5 ± 5 $5\sqrt{5}$ $-5\sqrt{5}$ $\pm 5\sqrt{5}$
$25\sqrt{5}$ $-25\sqrt{5}$ $\pm 25\sqrt{5}$

(5) $(\pm\sqrt{7})^2$

は，文字式の変形と同じように計算できます．

$x^3=x^2\times x$だから

$(\sqrt{2})^3=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

↑2乗が出てきたら早めに数字にしてしまうのがコツ

$(\sqrt{3})^3=(\sqrt{3})^2\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

↑2乗が出てきたら数字にし，1つだけ残るときは根号を残す

$x^4=x^2\times x^2$だから

$(\sqrt{2})^4=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{2})^2=2\times2=4$

↑2つずつ束にするのがコツ

同様にして

$(\sqrt{3})^5=(\sqrt{3})^2\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

↑2つずつ束にして数字にし，1つだけ残るときは根号を残す

7　-7　±7　$7\sqrt{7}$　$-7\sqrt{7}$　$\pm7\sqrt{7}$