

== 単項式と多項式 ==

■ 単項式

$2a, -3xy^2$ のように、数や文字についての乗法だけで作られている式を**単項式**といいます。

$5, x$ のように、1つの数や1つの文字だけのものも単項式といいます。

【例】

$2a, ab, 3a^2, -7, x$ は単項式です。

■ 単項式の係数と次数

単項式の数の部分を**係数**といいます。ただし、 $1x$ のように係数が 1 のときは省略して x と表されるので、 x の係数は 1 です。同様に、 $-1a$ のように係数が -1 のときは省略して $-a$ と表されるので、 $-a$ の係数は -1 です。

【例】

$2a \rightarrow$ 係数は 2

$-3xy^2 \rightarrow$ 係数は -3

$x \rightarrow$ 係数は 1

単項式で掛けられている文字の個数をその単項式の**次数**といいます。**文字の部分**ではなく、**文字の個数**が次数であることに注意しましょう。

【例】

$2a \rightarrow$ 次数は 1

$-3xy \rightarrow$ 次数は 2

x^2 や $-4x^3$ のように累乗の形で表されているときは、指数の部分(右上に付いている小さな数)が文字の個数、すなわち次数を表します。ただし、 x のように指数が付いていない式は x^0 ではなく x^1 を表します。

【例】

$5a^4 \rightarrow$ 次数は 4

$-3x^2 \rightarrow$ 次数は 2

$2x \rightarrow$ 次数は 1

x^2y^3 や $2ab^2$ のように文字で表されている変数が2種類以上あるとき、単項式の次数、すなわち、掛けられている文字の個数は各々の指数の和になります。

【例】

$4a^2b^3 \rightarrow$ 次数は $2+3=5$

$-3xy^2 \rightarrow$ 次数は $1+2=3$

■ 定数項

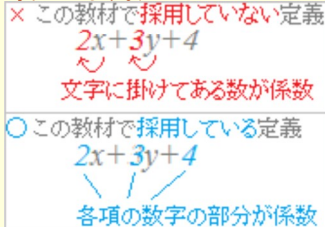
数の部分だけから成り立っている単項式は**定数項**と呼ばれます。定数項の係数はその数自体、定数項の次数は0です。

【例】

$5 \rightarrow$ 係数は 5 、次数は 0

$-7 \rightarrow$ 係数は -7 、次数は 0

※数学では用語の使い方は定義によって決まります。中学生向けの教材の中では、「文字に掛けられている数を係数」と教えている場合があります。その立場の教材では、「定数項には文字がないから、係数は考えない」と教えることがあるようです。(中学の教科書(大手3社)で文字がないときの係数を扱っている例は見当たりませんが、係数を使うときは必ず定数項以外について尋ねています。)



上に述べたように、単項式の「数の部分」を係数、「文字の個数」を次数と定義することにより、文字がない場合でも係数を定義することができるようになります。高校の教科書(大手2社)では定数項の係数はその数自体と明示されています。この教材でも定数項の係数はその数自体とします。

■ 多項式

$2a+b, 3x-4y$ のように単項式の和の形で表される式を**多項式**といいます。($3x-4y$ は $3x+(-4y)$ と書くことができ、 $-4y$ の係数は -4 です。)

※「乗法だけで作られている式」という限定によって、単項式は**加法や減法**を含む多項式から区別されます。

$3x$ は単項式

$x+3, 2x-5$ は単項式ではなく、多項式

さらに、「乗法だけ」という限定によって、単項式は**文字(変数)の部分**が割り算になっている分式などと区別されます。

$3x$ は単項式

$\frac{3}{x}$ は単項式ではなく、分式と呼ばれる。

ただし、**数字の部分**が分数になっているもの、例えば $\frac{1}{4}x$ は、小数の形 $0.25x$ で表すことができることから分かるように、「分数(小数)という数が掛けられたもの」と見なせるので、単項式です。

$\frac{1}{3}x$ すなわち $0.333\dots x$ は単項式

文字で割ってあるもの: $\frac{1}{x}$ → **単項式ではない**

数字で割ってあるもの: $\frac{1}{2}x=0.5x$ → **単項式**

問題1 次の単項式の係数を教えてください。

(はじめに問題を1つ選び、続けて右の選択肢から係数を選んでください。)

$4xy$

【選択肢】

$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2$

$2a^3$

$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$-x^2y$

$4 \quad 5 \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$

x

$-\frac{1}{2}xy^3$

5

問題2 次の単項式の次数を教えてください。

(はじめに問題を1つ選び、続けて右の選択肢から次数を選んでください。)

$4xy$

【選択肢】

$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2$

$2a^3$

$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$-x^2y$

$4 \quad 5 \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$

x

$-\frac{1}{2}xy^3$

5

※「降べきの順、昇べきの順」に登場する「べき」という言葉は、累乗のことを表しています。

a, a^2, a^3, \dots を a の「べき」といいます。

降べきの順とは、累乗の指数の高いものから低いものへと階段を降りるように並べることを表しています。

多項式を構成しているそれぞれの単項式を項といいます。

【例】

$2a+3$ は多項式、 $2a$ 、 3 は項

x^2-3x+5 は多項式、 x^2 、 $-3x$ 、 5 は項

■ 降べきの順

変数(文字)が1種類である多項式を分かりやすく並べるときに、各項の次数の高いものから低いものへ並べる方法を降べきの順といいます。中学、高校では、ほとんどの場合に多項式は降べきの順に整理します。

【例】

$3x-4+5x^2$ を降べきの順に整理すると $5x^2+3x-4$

※2文字以上あるときは、降べきの順ということだけでは順序が決まらないことがあります。

$a^2+2ab+3b^2 \rightarrow$ どれも2次なので書き方は自由

※高校では、 $1+x+x^2+\dots+x^n+\dots$ のように項の数が無限にあるような場合は、次数の低い項から順に並べます。これを昇べきの順といいます。(降べきの順に書こうとすると「書き始めることができない」)

■ 多項式の次数

多項式の次数は各項の次数のうちで「最も高い次数」とします。
(注意: よくある間違い) 単項式の次数は「掛けられている文字の個数」で、2種類以上の文字が含まれているとき、単項式の次数は「各々の指数の和」でしたが、多項式の次数は次数の「最も高い項」だけで決めます。

【例】

単項式では: $4a^2b^3 \rightarrow$ 次数は $2+3=5$

多項式では: $x^2+3x+4 \rightarrow$ 次数は 2 (2次式という)
(よくある間違い: 3次)

多項式では: $x^3+x^2+x+1 \rightarrow$ 次数は 3 (3次式という)
(よくある間違い: 6次)

多項式では: $x^2+3xy-x+3 \rightarrow$ 次数は 2 (2次式という)
※2次が2つあるとき高い方は2次とする。(同順なら2つとも最高)

次数の低い項は「多項式の次数に無関係」
次数の低い項の顔を立てる必要なし: 「面目丸つぶれ」でよい。

降べきの順



3次 2次 1次 定数項

「べき」は漢字では冪または巾と書きますが、難しいのでひらがなで書きます。

問題3 次の各式について単項式であるか、多項式であるか、いずれでもないか答えてください。

(英語で単項式は *monomial*、多項式は *polynomial* といいます。各々前の空欄に、単項式なら m を、多項式なら p を、どちらでもないなら n を小文字で記入してください。)

$\frac{3a}{2} + \frac{y}{3}$
 $x+3$
 $\frac{2}{x}$
 $-7x^2y$
 x^2+3x

採点する やり直す

問題4 次の多項式の次数を答えてください。

(はじめに問題を1つ選び、続けて右の選択肢から次数を選んでください。)

$2x-7$

x^2+5x^3-2x+4

$xy+x-y-1$

x^2-5x+6

$a+2b+3c$

$x^2-3xy+2x^3y$

【選択肢】

-3 -2 -1

0 1 2

3 4 5