

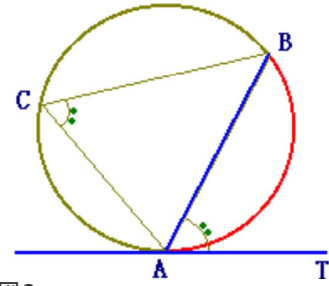
== 接弦定理 ==

《用語の解説》

接線と弦が作る角

右の図1のように、円の弦ABが接線ATと接点Aで交わっているとき、 $\angle BAT$ のことを接線と弦が作る角といいます。

図1

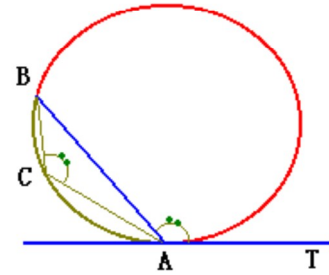


角の内部にある弧

図1において、弧AB(赤で示した円周の一部分)を接線と弦が作る角の内部にある弧といいます。

図2の $\angle BAT$ のように、接線ATと弦ABが作る角の大きい方(90° 以上の方)を考えると、接線と弦が作る角の内部にある弧は、赤で示した弧ABになります。

図2



《接弦定理》

円の接線とその接点を通る弦の作る角は、その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。

例1

上の図1において、 $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます。

例2

上の図2において、 $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます。

《問題》

次の空欄に入る適当な語句を選んで、「接弦定理」の証明を完成させなさい。

(証明)

円の接線と弦の作る角が(1)直角(90°)、(2)鋭角(90° より小さい)、(3)鈍角(90° より大きい)の3つの場合に分けて示すこととします。

(1) $\angle BAT = 90^\circ$ のとき

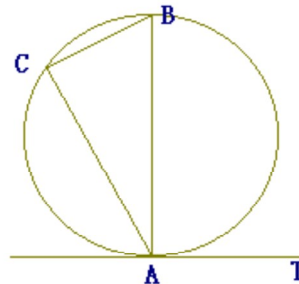
(漢字2文字を入れなさい↓)

弦ABは になるので、

(数字を入れなさい↓)

$\angle BCA =$ $^\circ$

ゆえに、 $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます。



(2) $\angle BAT < 90^\circ$ のとき

($\angle BAT$ と $\angle BCA$ を直接比べるのはむずかしいので、 $\angle BCA$ に等しい他の角で比較しました。)

右図のようにAを通る直径を AC' とすると、(漢字3文字を入れなさい↓)

$\angle BCA$ と $\angle BC'A$ は、いずれも($\angle BAT$ 内部の)弧ABに対する だから等しい。

$\angle BCA = \angle BC'A \cdots \text{ア}$

(以下の空欄に数字を入れなさい↓)

また、 AC' は直径だから $\angle ABC' =$ $^\circ$ となり、

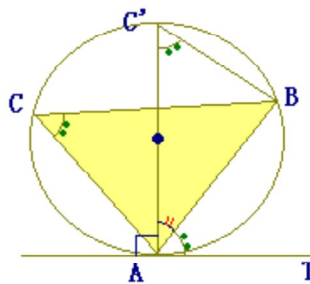
$\angle BC'A + \angle BAC' =$ $^\circ$

一方、

$\angle BAT + \angle BAC' =$ $^\circ$

だから

$\angle BC'A = \angle BAT \cdots \text{イ}$



ア, イより, $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます.

(3) $\angle BAT > 90^\circ$ のとき

($\angle BAT$ と $\angle BCA$ を直接比べるのはむずかしいので, (2)の結果を利用して, 90° よりも小さな角で等しいものを探し, 右図のように C'' と T' をとります.)

$\angle BAT > 90^\circ$ のとき,

$$\angle BAT + \angle BAT' = \text{ }^\circ \dots \text{ア}$$

だから, $\angle BAT' < 90^\circ$

(2)の結果から,

$$\angle BAT' = \angle BC''A \dots \text{イ}$$

ア, イより,

$$\angle BAT + \angle BC''A = \text{ }^\circ \dots \text{ウ}$$

四角形 $AC''BC$ は円に内接するから

$$\angle BCA + \angle BC''A = \text{ }^\circ \dots \text{エ}$$

ウ, エより, $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます. (証明終り)

