

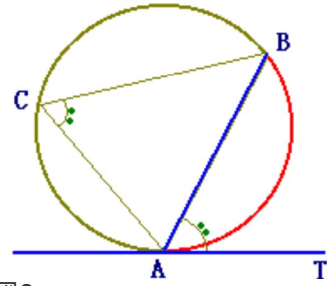
== 接弦定理 ==

《用語の解説》

接線と弦が作る角

右の図1のように、円の弦ABが接線ATと接点Aで交わっているとき、 $\angle BAT$ のことを接線と弦が作る角といいます。

図1

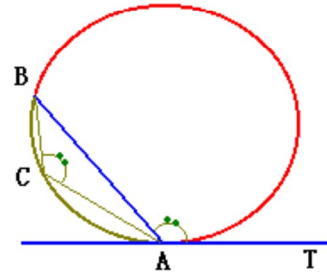


角の内部にある弧

図1において、弧AB(赤で示した円周の一部分)を接線と弦が作る角の内部にある弧といいます。

図2の $\angle BAT$ のように、接線ATと弦ABが作る角の大きい方( $90^\circ$ 以上の方)を考えると、接線と弦が作る角の内部にある弧は、赤で示した弧ABになります。

図2



《接弦定理》

円の接線とその接点を通る弦の作る角は、その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。

例1

上の図1において、 $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます。

例2

上の図2において、 $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます。

《問題》

次の空欄に入る適当な語句を選んで、「接弦定理」の証明を完成させなさい。

(証明)

円の接線と弦の作る角が(1)直角( $90^\circ$ )、(2)鋭角( $90^\circ$ より小さい)、(3)鈍角( $90^\circ$ より大きい)の3つの場合に分けて示すこととします。

(1)  $\angle BAT = 90^\circ$  のとき

(漢字2文字を入れなさい↓)

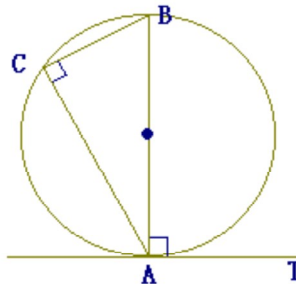
弦ABは直径 になるので、

(数字を入れなさい↓)

$\angle BCA = 90^\circ$

ゆえに、 $\angle BAT = \angle BCA$ が成り立ちます。

採点する やり直す Help



ABは直径。したがって、 $\angle BCA$ は直径の上に立つ円周角で $90^\circ$ 。



(2)  $\angle BAT < 90^\circ$  のとき

( $\angle BAT$ と $\angle BCA$ を直接比べるのはむずかしいので、 $\angle BCA$ に等しい他の角で比較しました。)

右図のようにAを通る直径をAC'とすると、(漢字3文字を入れなさい↓)

$\angle BCA$ と $\angle BC'A$ は、いずれも( $\angle BAT$ 内部の)弧ABに対する円周角 だから等しい。

$\angle BCA = \angle BC'A \dots \text{ア}$

(以下の空欄に数字を入れなさい↓)

また、AC'は直径だから $\angle ABC' = 90^\circ$  となり、

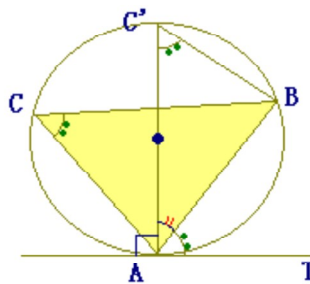
$\angle BC'A + \angle BAC' = 90^\circ$

一方、

$\angle BAT + \angle BAC' = 90^\circ$

だから

$\angle BC'A = \angle BAT \dots \text{イ}$



$\angle BCA$ と $\angle BC'A$ は、いずれも弧ABに対する円周角。AC'は直径だから $\angle ABC' = 90^\circ$ 。  
 $\angle BC'A + \angle BAC' = 90^\circ$   
 $\angle BAT + \angle BAC' = 90^\circ$



ア, イより,  $\angle BAT = \angle BCA$  が成り立ちます.

採点する やり直す Help

(3)  $\angle BAT > 90^\circ$  のとき

( $\angle BAT$  と  $\angle BCA$  を直接比べるのはむずかしいので, (2)の結果を利用して,  $90^\circ$  よりも小さな角で等しいものを探し, 右図のようにならぬと  $T'$  をとります.)

$\angle BAT > 90^\circ$  のとき,

$$\angle BAT + \angle BAT' = 180^\circ \dots \text{ア}$$

だから,  $\angle BAT' < 90^\circ$

(2)の結果から,

$$\angle BAT' = \angle BC''A \dots \text{イ}$$

ア, イより,

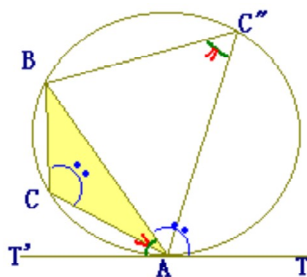
$$\angle BAT + \angle BC''A = 180^\circ \dots \text{ウ}$$

四角形  $AC''BC$  は円に内接するから

$$\angle BCA + \angle BC''A = 180^\circ \dots \text{エ}$$

ウ, エより,  $\angle BAT = \angle BCA$  が成り立ちます. (証明終り)

採点する やり直す Help



$$\begin{aligned} \angle BAT + \angle BAT' &= 180^\circ \\ \angle BAT' &< 90^\circ \\ \angle BAT + \angle BC''A &= 180^\circ \\ \angle BCA + \angle BC''A &= 180^\circ \end{aligned}$$

