

== 二進法 ==

【解説】十進法と二進法

十進法とは、0~9を使って数字を表わし、10になったら位を上げる(10が10個でさらに位を上げる..)書き方です。
 二進法とは、0~1を使って数字を表わし、2になったら位を上げる(2が2個でさらに位を上げる..)書き方です。

例

十進法	0	1	2	3	4	5	6	7	8
二進法	0	1	10	11	100	101	110	111	1000
十進法	9	10	11	12	13	14	15	16	17
二進法	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000	10001

十進法による表現と区別するために、十進法以外の表現については、小さなかっこを付けて表わします。

例

$10_{(2)}=2$, $100_{(2)}=4$, $111_{(2)}=7$, $1111_{(2)}=15$

◆二進法はなぜ重要か？ ◆三進法や五進法はないのか？ ◆十二進法や十六進法ではどんな数字を使うのか？

各位の数が表わすもの

十進法で表わした123は $1 \times 10^2 + 2 \times 10 + 3 (=100+20+3)$ です。

2405は $2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 0 \times 10 + 5 (=2000+400+5)$ です。

(十進法では各位の数が1,10,100,1000,..を何倍するかを表わしています。)

二進法で表わした $11_{(2)}$ は $1 \times 2 + 1 (=2+1 = 3)$ です。

$101_{(2)}$ は $1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 (=4+1 = 5)$ です。

$1111_{(2)}$ は $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 (=8+4+2+1 = 15)$ です。

(二進法では各位の数が1,2,4,8,16,32,..を何倍するかを表わしています。

実際には0(ない)と1(ある)だけです。)

【問題】

例にならって、二進法で書かれた次の数を十進法に直しなさい。

例 $10110_{(2)}=1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 =16+4+2 = 22$

二進法	十進法	
例 $10110_{(2)}$	22	
(1) $111_{(2)}$ $1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = 7$	採点 <input type="text"/> 7 もう一度する <input type="text"/> 解説 <input type="text"/>	
(2) $1000_{(2)}$ $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 = 8 + 0 + 0 + 0 = 8$	採点 <input type="text"/> 8 もう一度する <input type="text"/> 解説 <input type="text"/>	
(3) $10101_{(2)}$ $1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 21$	採点 <input type="text"/> 21 もう一度する <input type="text"/> 解説 <input type="text"/>	
(4) $11111_{(2)}$ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$	採点 <input type="text"/> 31 もう一度する <input type="text"/> 解説 <input type="text"/>	
(5) $100000_{(2)}$ $1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 = 32 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 32$	採点 <input type="text"/> 32 もう一度する <input type="text"/> 解説 <input type="text"/>	

【解説】

十進法で表された数を二進法で表すには、次の関係を用いると便利です。

まず

$$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 = 16 + 4 + 2 + 1 = 23$$

を例にとって考えます。

$$\begin{aligned} 23 &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \\ &= 2(1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1) + 1 \\ &= 2(2(1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(1 \times 2 + 0) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(1) + 0) + 1) + 1) + 1 \end{aligned}$$

のように変形すると、

1. 右端の位の数は23を2で割ったときの余りです

$$2(2(2(2(1) + 0) + 1) + 1) + 1 \quad \dots \rightarrow 1$$

2. このときの商 $2(2(2(1) + 0) + 1) + 1 \quad \dots \rightarrow 7$
をさらに2で割った余りは右から2つ目の位の数です。


3. このときの商 $2(2(1) + 0) + 1 \quad \dots \rightarrow 7$
をさらに2で割った余りは右から3つ目の位の数です。

4. このときの商 $2(1) + 0 \quad \dots \rightarrow 0$
をさらに2で割った余りは右から4つ目の位の数です。

5. このときの商 $1 \quad \dots \rightarrow 1$
をさらに2で割った余りは右から5つ目の位の数です。

右から順

余り

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 23 \dots 1 \dots 1 \text{の位} \\ 2 \) \ 11 \dots 1 \dots 2 \text{の位} \\ 2 \) \ 5 \dots 1 \dots 2^2 \text{の位} \\ 2 \) \ 2 \dots 0 \dots 2^3 \text{の位} \\ 2 \) \ 1 \dots 1 \dots 2^4 \text{の位} \\ 0 \dots \dots \text{(ここから先はない)} \end{array}$$


【 要点 】

2で割った余りを「右から順」に並べる

※ 覚え方としては、「下から順に、左から書く」という解説が多く見られますが、「上から順に右から」というのと同じこととなります。

【問題】

十進法で表された次の各数を2進法で表しなさい。(2)は略しなさい。

十進法	二進法							
<p>(1) 7</p> <p>4,2,1...と取れるなら取っていくときは $7=4+2+1=1 \times 2^2+1 \times 2^1+1=111_{(2)}$</p> <p>縦書きで考えるときは</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 7 \cdots 1} \text{ (右端の位)} \\ 2 \overline{) 3 \cdots 1} \text{ (中間の位)} \\ 2 \overline{) 1 \cdots 1} \text{ (左端の位)} \\ 0 \end{array}$	<table border="1"> <tr> <th>採点</th> <th>もう一度する</th> <th>解説</th> </tr> <tr> <td></td> <td>111</td> <td></td> </tr> </table>	採点	もう一度する	解説		111		
採点	もう一度する	解説						
	111							
<p>(2) 11</p> <p>8,4,2,1...と取れたら取っていくときは $11=8+0+2+1=1 \times 2^3+0 \times 2^2+1 \times 2^1+1=1011_{(2)}$</p> <p>縦書きで考えるときは</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 11 \cdots 1} \text{ (右端の位)} \\ 2 \overline{) 5 \cdots 1} \text{ (右から2つ目の位)} \\ 2 \overline{) 2 \cdots 0} \text{ (右から3つ目の位)} \\ 2 \overline{) 1 \cdots 1} \text{ (左端の位)} \\ 0 \end{array}$	<table border="1"> <tr> <th>採点</th> <th>もう一度する</th> <th>解説</th> </tr> <tr> <td></td> <td>1011</td> <td></td> </tr> </table>	採点	もう一度する	解説		1011		
採点	もう一度する	解説						
	1011							
<p>(3) 52</p> <p>32,16,8,4,2,1...と取れたら取っていくときは $52=32+16+0+4+0+0=1 \times 2^5+1 \times 2^4+0 \times 2^3+1 \times 2^2+0 \times 2^1+0=110100_{(2)}$</p> <p>縦書きで考えるときは</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 52 \cdots 0} \text{ (右端の位)} \\ 2 \overline{) 26 \cdots 0} \text{ (右から2つ目の位)} \\ 2 \overline{) 13 \cdots 1} \text{ (右から3つ目の位)} \\ 2 \overline{) 6 \cdots 0} \text{ (右から4つ目の位)} \\ 2 \overline{) 3 \cdots 1} \text{ (右から5つ目の位)} \\ 2 \overline{) 1 \cdots 1} \text{ (左端の位)} \\ 0 \end{array}$	<table border="1"> <tr> <th>採点</th> <th>もう一度する</th> <th>解説</th> </tr> <tr> <td></td> <td>110100</td> <td></td> </tr> </table>	採点	もう一度する	解説		110100		
採点	もう一度する	解説						
	110100							
<p>(4) 61</p> <p>32,16,8,4,2,1...と取れたら取っていくときは $61=32+16+8+4+0+1=1 \times 2^5+1 \times 2^4+1 \times 2^3+1 \times 2^2+0 \times 2^1+1=111101_{(2)}$</p> <p>縦書きで考えるときは</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 61 \cdots 1} \text{ (右端の位)} \\ 2 \overline{) 30 \cdots 0} \text{ (右から2つ目の位)} \\ 2 \overline{) 15 \cdots 1} \text{ (右から3つ目の位)} \\ 2 \overline{) 7 \cdots 1} \text{ (右から4つ目の位)} \\ 2 \overline{) 3 \cdots 1} \text{ (右から5つ目の位)} \\ 2 \overline{) 1 \cdots 1} \text{ (左端の位)} \\ 0 \end{array}$	<table border="1"> <tr> <th>採点</th> <th>もう一度する</th> <th>解説</th> </tr> <tr> <td></td> <td>111101</td> <td></td> </tr> </table>	採点	もう一度する	解説		111101		
採点	もう一度する	解説						
	111101							
<p>(5) 98</p> <p>64,32,16,8,4,2,1...と取れたら取っていくときは $98=64+32+0+0+0+2+0$ $=1 \times 2^6+1 \times 2^5+0 \times 2^4+0 \times 2^3+0 \times 2^2+1 \times 2^1+0=1100010_{(2)}$</p> <p>縦書きで考えるときは</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 98 \cdots 0} \text{ (右端の位)} \\ 2 \overline{) 49 \cdots 1} \text{ (右から2つ目の位)} \\ 2 \overline{) 24 \cdots 0} \text{ (右から3つ目の位)} \\ 2 \overline{) 12 \cdots 0} \text{ (右から4つ目の位)} \\ 2 \overline{) 6 \cdots 0} \text{ (右から5つ目の位)} \\ 2 \overline{) 3 \cdots 1} \text{ (右から6つ目の位)} \\ 2 \overline{) 1 \cdots 1} \text{ (左端の位)} \\ 0 \end{array}$	<table border="1"> <tr> <th>採点</th> <th>もう一度する</th> <th>解説</th> </tr> <tr> <td></td> <td>1100010</td> <td></td> </tr> </table>	採点	もう一度する	解説		1100010		
採点	もう一度する	解説						
	1100010							