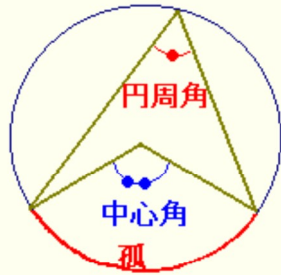


== 円周角の定理 ==

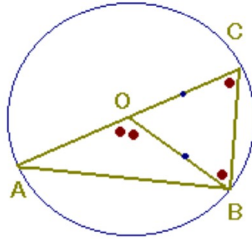
【円周角の定理】
一つの弧に対する「円周角」の大きさは、「中心角」の半分になります。



(証明)

1 右のようにACが中心を通るとき

$OC=OB=(半径)$ だから $\triangle OBC$ は二等辺三角形になる。
二等辺三角形の2つの底角は等しいから $\angle B=\angle C \dots (1)$



「三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しい」(重要定理)から、
 $\triangle OBC$ において $\angle BOC$ の外角 $\angle BOA$ は残り2つの角の和 $\angle B+\angle C$ に等しいから

$$\angle BOA = \angle B + \angle C \dots (2)$$

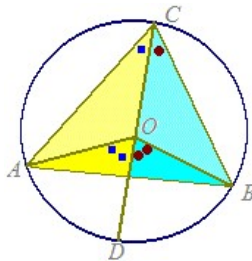
$\Rightarrow (1)(2)$ より $\angle BOA = 2 \times \angle C$

すなわち「中心角は円周角の2倍になる」
「円周角は中心角の半分になる」

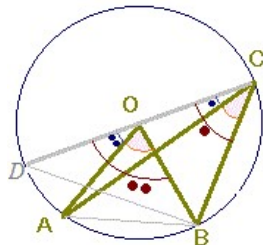
2 右図のように $\angle ACB$ の中に円の中心があるとき

それぞれ半分ずつなので、合計も半分になります。

$$\begin{aligned} \angle AOD &= 2 \times \angle ACO \\ \angle BCD &= 2 \times \angle BCO \\ \text{だから、両辺をそれぞれ足すと} \\ \angle AOB &= 2 \times \angle ACO + 2 \times \angle BCO \\ &= 2 \times (\angle ACO + \angle BCO) \\ &= 2 \times \angle ACB \end{aligned}$$



すなわち「中心角は円周角の2倍になる」
「円周角は中心角の半分になる」



3 右図のように $\angle ACB$ の外に円の中心があるとき差で示します。

$$\begin{aligned} \angle BOD &= 2 \times \angle BCO \\ \angle AOD &= 2 \times \angle ACO \\ \text{だから、両辺をそれぞれ引くと} \\ \angle BOA &= 2 \times \angle BCO - 2 \times \angle ACO \\ &= 2 \times (\angle BCO - \angle ACO) \\ &= 2 \times \angle BCA \end{aligned}$$

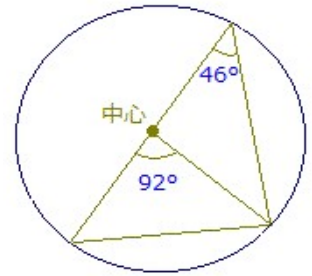
すなわち「中心角は円周角の2倍になる」
「円周角は中心角の半分になる」

【具体例】

右図は上の証明で1の場合の例です

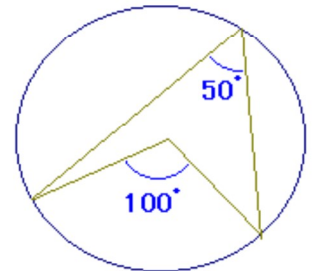
中心角 92° が書いてあって、円周角が書いてないときは、 $92^\circ \div 2 = 46^\circ$ で円周角が求まります。

円周角 46° が書いてあって、中心角が書いてないときは、 $46^\circ \times 2 = 92^\circ$ で中心角が求まります。



右図は上の証明で2の場合の例です

この場合も、中心角と円周角のいずれか一方が分かれば他方が求まります。



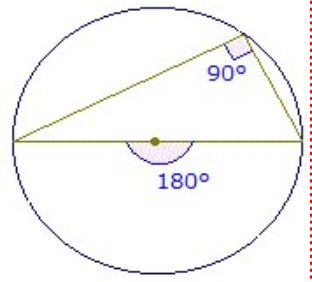
◎右図のように中心角が 180° のとき(中心を通る直線になるとき、すなわち直径になるとき)は特に重要です。

○直径は 180° という角度になるということをしっかり覚えておきましょう。

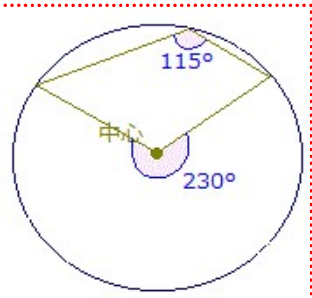
○また

「直径の上に立つ円周角は直角になる」

は重要定理ですからすぐに使えるように覚えておきましょう。



◎右図のように中心角が 180° 以上の場合に、「どこが中心角なのか」目の錯角で戸惑うことがありますので、幾つか見て慣れておくことが大切です。



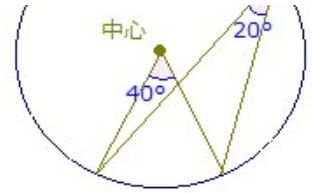
右図は上の証明で3の場合の例です

この場合にも円周角の定



理が成り立ちます。

「中心角と円周角の対応」が、すぐに分かるように、目を慣らしておくことが大切です。

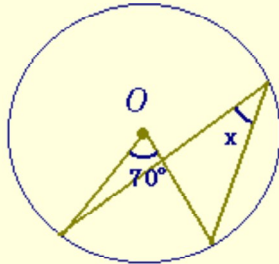


【問題】

次の角度 x, y, z を求めなさい。

(1) O は円の中心とする。

$x = 35$



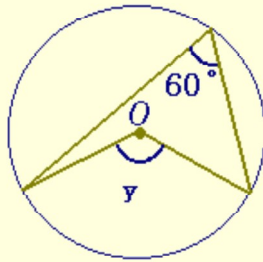
採点する やり直す Hint 解答

x は、中心角 70° に対する円周角なので、 70° の半分になります。

$x = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$ になります

(2) O は円の中心とする。

$y = 120$



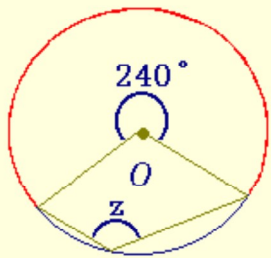
採点する やり直す Hint 解答

y は、円周角 60° に対する中心角なので、 60° の2倍になります。

$y = 60^\circ \times 2 = 120^\circ$ になります

(3) O は円の中心とする。

$z = 120$



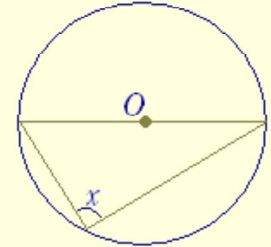
採点する やり直す Hint 解答

z は、中心角 240° に対する円周角なので、 240° の半分になります。

$z = 240^\circ \div 2 = 120^\circ$ になります

(4) O は円の中心とする。

$x = 90$



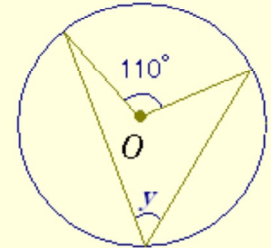
採点する やり直す Hint 解答

x は、半円すなわち中心角 180° に対する円周角になっています。

$x = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$ になります

(5) O は円の中心とする。

$y = 55$



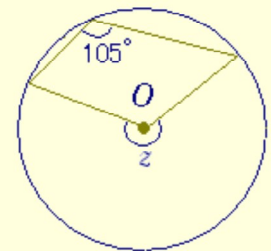
採点する やり直す Hint 解答

y は、中心角 110° に対する円周角になっています。

$y = 110^\circ \div 2 = 55^\circ$ になります

(6) O は円の中心とする。

$z = 210$



採点する やり直す Hint 解答

z は、円周角 105° に対する中心角になっています。

$z = 105^\circ \times 2 = 210^\circ$ になります