

== 絶対値 ==

■ 絶対値とは

- 以下の3つの定義は、同じことを表しています。
初めて学ぶ人は、一応どれも「聞いたことがある」程度にしておいて、実際に自分が問題に向かうときは一番分かりやすい定義を使うとよいでしょう。
中学生には(2)が最も分かりやすいと考えられます。

(1) 中学校の教科書に書かれている「絶対値」の定義

正負の数の「絶対値」とは、数直線上で「原点からある数までの距離」のことをいいます。

【重要】

距離は向き(符号)を考えずに「間の長さ」だけで考えますので、0以上になります。

だから、元の数が「正の数」であっても「負の数」であっても、原点からの距離で定義される「絶対値」は0以上の値になります。

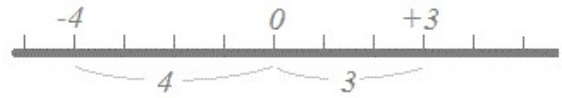
◎(2) 見た目で考える「絶対値」の定義

正負の数は -4 、 $+3$ のように「符号の部分」と「数字の部分」で書かれています。(正の数の符号 $+$ は省略することがあります。)
このとき、「絶対値」とは、「符号の部分」を取り除いた「数字の部分」のことをいいます。



例

- -4 の絶対値は4です。
 $+3$ の絶対値は3です。
ただし、0の絶対値は0とします。



(参考)

「絶対」という言葉の魔術的雰囲気(「絶対に正しい」とか「他の物に左右されない絶対的な存在」といった雰囲気)に惑わされて、難しく考えてはいけません。英語の *absolute value* を直訳したら「絶対値」という用語になるというだけのことです。

例

- -7 の絶対値は7です。
 $+5$ の絶対値は5です。
 -1.4 の絶対値は1.4です。

$+$ の絶対値はです。

ただし、0の絶対値は0とします。

《問題1》 次の各問について、正しいものを下の選択肢から選んでください。(正しい選択肢をクリック)

(1) $+5$ の絶対値は

-5 , 5 , ± 5

解説 やり直す

(1) 「原点からの距離」で考えると0から $+5$ までの距離: 5

(2) 「符号を取り除く」と考えると $+5$ の符号を取り除けば5

閉じる

(2) -8 の絶対値は

-8 , 8 , ± 8

解説 やり直す

(1) 「原点からの距離」で考えると0から -8 までの距離: 8

(2) 「符号を取り除く」と考えると -8 の符号を取り除けば8

閉じる

(3) 絶対値が4になる数は

-4 , 4 , ± 4

解説 やり直す

-4 の絶対値は4

4の絶対値も4

したがって、両方とも答。これらをまとめて、 ± 4 と書く。

閉じる

《問題2》 次の各問について、正しいものを下の選択肢から選んでください。(正しい選択肢をクリック)

(1) -5 の絶対値と -4 の絶対値とではどちらが大きいですか

-5 , -4

解説 やり直す

(2) -8 の絶対値と7の絶対値とではどちらが大きいですか

-8 , 7

解説 やり直す

-8 の絶対値は8

-5の絶対値は5
 -4の絶対値は4だから
 -5の絶対値の方が大きい。
 ※「-5は-4よりも小さい。」
 「-5の絶対値は-4の絶対値よりも大きい。」
 これらはいずれも正しいが、別の話である。
 →閉じる←

7の絶対値は7だから
 -8の絶対値の方が大きい。
 ※「-8は7よりも小さい。」
 「-8の絶対値は7の絶対値よりも大きい。」
 これらはいずれも正しいが、別の話である。
 →閉じる←

(3) 絶対値が3よりも小さい整数は何個ありますか。

1個, 2個, 3個, 4個, 5個
 ○ 解説 やり直す

絶対値が3よりも小さい(すなわち絶対値が2以下の)整数は
 -2, -1, 0, 1, 2の5個
 →閉じる←

(4) 絶対値が3以上で4以下になる整数は何個ありますか

1個, 2個, 3個, 4個, 5個,
 ○ 解説 やり直す

絶対値が3になる数は±3の2個
 絶対値が4になる数は±4の2個
 合計4個
 (以上, 以下というときは, 境目になっている数も含まれます)
 →閉じる←

(5) 次の内で絶対値が最も大きい数はどれか

-2 3 -1.3 3.1 $-\frac{5}{2}$ $\frac{5}{3}$

-2 3 -1.3 3.1 $-\frac{5}{2}$ $\frac{5}{3}$

○ 解説 やり直す

分数を小数に直すと(近似値でもよい)一度に比較できます
 -2の絶対値は2
 3の絶対値は3
 -1.3の絶対値は1.3
 3.1の絶対値は3.1
 $-\frac{5}{2} = -2.5$ の絶対値は2.5
 $\frac{5}{3} = 1.666\dots$ の絶対値は1.666\dots
 一番大きいのは3.1
 →閉じる←

(6) 次の内で最も小さい数はどれか

-2 3 -1.3 3.1 $-\frac{5}{2}$ $\frac{5}{3}$

-2 3 -1.3 3.1 $-\frac{5}{2}$ $\frac{5}{3}$

○ 解説 やり直す

絶対値と言わずに単に小さいと尋ねているときは, 負の数が小さいことになり
 $-2.5 < -2 < -1.3 < 1.666\dots < 3 < 3.1$
 一番小さいのは $-2.5 = -\frac{5}{2}$
 →閉じる←

■ 絶対値を求めるときに注意すべきこと

(+5)+(-3) や (-7)+(4)-(-6) のように, 正負の数の足し算, 引き算で表される数の絶対値は, それぞれの数の絶対値の足し算や引き算になるとは限りません。(等しい場合も等しくない場合もあります。)

例
 (+5)+(-3)=2だから(+5)+(-3)の絶対値は2です。
 ⇒ これは, (+5)の絶対値5と(-3)の絶対値3を足したものの8とは等しくなりません。

⇒ $(+5)+(-3)$ の絶対値 \neq $5+3$

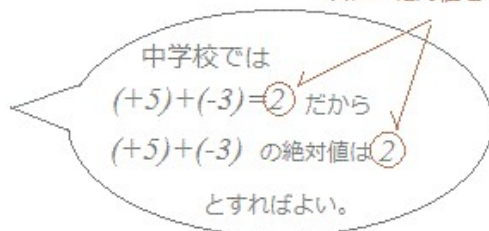
(+5)+(3)=8 や (-5)+(-3)=-8のように同符号の数を足した数の絶対値は, それぞれの絶対値を足したものと等しくなります。

⇒ $(+5)+(3)$ の絶対値 $=$ $5+3$

■ 中学校では, 「値を求めてから, 絶対値を考えるとよい」

びっくりするほど簡単な話!

まず, 数字にする。
 次に, 絶対値を考える。



《問題3》 次の各問について, 正しいものを下の選択肢から選んでください。(正しい選択肢をクリック)

(2) $(-4)+(-3)$ の絶対値は

(1) $(+3)+(-8)$ の絶対値は

-11 , 11 , -5 , 5

解説 やり直す

$(+3)+(-8)=-5$ だから、その絶対値は 5

→閉じる←

-7 , 7 , -1 , 1

解説 やり直す

$(-4)+(-3)=-7$ だから、その絶対値は 7

→閉じる←

《問題4》 次の各問について、下の選択肢から選んでください。(やや難しいかも?) (選択肢をクリック)

(1) 次の例を参考にして、下の選択肢の中でつねに正しいものを選んでください。

- (A) -3 の絶対値は 3 です
- (B) 3 の絶対値は 3 です.
- (C) 0 の絶対値は 0 です.

どんな数の絶対値もその数より大きい

どんな数の絶対値もその数以上になる

どんな数の絶対値もその数より小さい

どんな数の絶対値もその数以下になる

解説 やり直す

負の数、例えば -3 の絶対値は 3 で、-3 以上

正の数、例えば 3 の絶対値は 3 で、3 以上(大きいとは言えない)

0 の絶対値は 0 で、0 以上(大きいとは言えない)

以上の例から、どんな数の絶対値もその数以上になる

→閉じる←

(2) 次の例を参考にして、下の選択肢の中で間違っているものを選んでください。

(A) +3 の絶対値は 3 で、+4 の絶対値は 4 です。だから、+3 の絶対値と+4 の「絶対値の和」は 7 になります。一方、 $(+3)+(+4)$ は +7 だから +3 と+4 の「和の絶対値」も 7 になります。

(B) -3 の絶対値は 3 で、+4 の絶対値は 4 です。だから、-3 の絶対値と+4 の「絶対値の和」は 7 になります。一方、 $(-3)+(+4)$ は 1 だから -3 と+4 の「和の絶対値」は 1 になります。

(C) -3 の絶対値は 3 で、-4 の絶対値は 4 です。だから、-3 の絶対値と-4 の「絶対値の和」は 7 になります。一方、 $(-3)+(-4)$ は -7 だから -3 と-4 の「和の絶対値」も 7 になります。

2つの数が同符号のとき、「和の絶対値」は「絶対値の和」と等しい

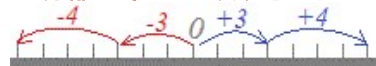
2つの数が異符号のとき、「和の絶対値」は「絶対値の和」よりも小さい

2つの数の符号に関係なく、「和の絶対値」は「絶対値の和」以下になる

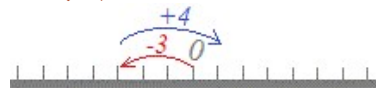
2つの数の符号に関係なく、「和の絶対値」は「絶対値の和」と等しい

解説 やり直す

(A)(C)のように、2つの数が同符号のとき、和は同じ向きに足されるので「和の絶対値」は「絶対値の和」と等しくなります。(同じ向きに進むと、進んだ距離がそのまま反映されるということです。)



これに対して、(B)のように、2つの数が異符号のとき、和は逆向きになるので「和の絶対値」は「絶対値の和」よりも小さくなります。(逆向きに進むと「足の引っ張り合い」になって、和の絶対値は小さくなるということです。)



間違っているものを選ぶ問題だから、4番目の選択肢『2つの数の符号に関係なく、「和の絶対値」は「絶対値の和」と等しい』です。

→閉じる←